

Параграф 1

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☐ Область управления U является подмножеством функционального пространства
- ☒ Область управления U является подмножеством пространства E^m
- ☒ Класс (множество) допустимых управлений $\mathcal{U}$ является подмножеством функционального пространства
- ☐ Класс (множество) допустимых управлений $\mathcal{U}$ является подмножеством пространства E^m
- ☐ Классическая теория оптимального управления имеет дело с процессами, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями с частными производными
- ☒ Классическая теория оптимального управления имеет дело с процессами, динамика которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями
- ☐ Область управления U и множество (класс) допустимых управлений $\mathcal{U}$ --- один и тот же объект

Вопрос 2

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

☐ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[0, 5]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} \frac{1}{t}, & t \neq 0, \\ 2, & t = 0, \end{cases}$ является кусочно-непрерывной на отрезке времени $[0, 5]$

☒ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[0, 5]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} \frac{1}{t}, & t \neq 0, \\ 2, & t = 0, \end{cases}$ является кусочно-непрерывной на отрезке времени $[1, 4]$

☐ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[-\pi, \pi]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} \sin \frac{1}{t}, & t \neq 0, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$ является кусочно-непрерывной на отрезке времени $[-\pi, \pi]$

☒ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[-\pi, \pi]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} \operatorname{sign} \left(\sin \frac{1}{t} \right), & t \neq 0, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$ не является кусочно-непрерывной на отрезке времени $[-1, 1]$

☐ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[-1, 1]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} t^2 \sin \frac{1}{t}, & t \neq 0, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$ является гладкой на отрезке времени $[-1, 1]$

☐ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[-1, 1]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} 1, & t \neq 0, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$ является кусочно-непрерывной на отрезке времени $[0, 1]$

☒ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[-1, 1]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} 1, & t \neq 0, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$ не является кусочно-непрерывной на отрезке времени $[-1, 0]$

☒ Функция $u(\cdot)$, заданная на отрезке времени $[-1, 1]$ соотношением $u(t) = \begin{cases} t^3 \sin \frac{1}{t}, & t \neq 0, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$ является гладкой на отрезке времени $[-1, 1]$

Вопрос 3

Пусть $u(\cdot)$ --- функция Дирихле, то есть
$$u(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t \text{ рациональное,} \\ 0, & \text{если } t \text{ иррациональное.} \end{cases}$$
 Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Данное управление $u(\cdot)$ на отрезке времени $[0, 1]$ принадлежит классу измеримых функций со значениями из области управления $U = [0, 1]$

Вопрос 4

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases}$$

Пусть $u(\cdot)$ --- функция Хевисайда, то есть $u(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases}$ Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Данное управление $u(\cdot)$ на отрезке времени $[-1, 1]$ принадлежит классу кусочно-постоянных функций со значениями из области управления $U = [0, 1]$
- Данное управление $u(\cdot)$ на отрезке времени $[-1, 1]$ принадлежит классу кусочно-непрерывных функций со значениями из области управления $U = [0, 1]$
- Данное управление $u(\cdot)$ на отрезке времени $[-1, 1]$ принадлежит классу измеримых функций со значениями из области управления $U = [0, 1]$

Вопрос 5

$$u(t) = \begin{cases} t \sin \frac{1}{t}, & t \neq 0, \\ 0, & t = 0. \end{cases}$$

Пусть $u(\cdot)$ --- функция, заданная на отрезке времени $[-1, 1]$ соотношением прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Данное управление $u(\cdot)$ на отрезке времени $[-1, 1]$ принадлежит классу непрерывных функций со значениями из области управления $U = [-1, 1]$
- Данное управление $u(\cdot)$ на отрезке времени $[-1, 1]$ принадлежит классу кусочно-непрерывных функций со значениями из области управления $U = [-1, 1]$
- Данное управление $u(\cdot)$ на отрезке времени $[-1, 1]$ принадлежит классу измеримых функций со значениями из области управления $U = [-1, 1]$

Вопрос 6

Из прилагаемого ниже списка задач оптимального управления отберите те, которые принадлежат классу линейных задач быстрогодействия:

- $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = x + u, \\ x(0) \in M_0 = E_+^1 = \{x \in E^1 : x \geq 0\}, \\ x(T) = -1, \\ U = [0, 1] \subset E^1, \\ T \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U} \end{array} \right.$
- $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = -x + u, \\ x(1) = -1, \\ x(T) = 1, \\ U = [-2, 2] \subset E^1, \\ T - 1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U} \end{array} \right.$
- $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_1 - 2x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_2 + x_1 + 3u_2, \\ x_1(0) = x_2(0) = 1, \\ x_1(T) = x_2(T) = 0, \\ U = \{(u_1, u_2) \in E^2 : |u_1| \leq 1, |u_2| \leq 1\}, \\ T \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U} \end{array} \right.$
- $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = u_3, \\ x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1, \\ x_1(T) = x_2(T) = x_3(T) = 0, \\ U = \{(u_1, u_2, u_3) \in E^3 : u_1 = 0, u_2 = 0, |u_3| \leq 1\}, \\ T \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U} \end{array} \right.$

Вопрос 7

Пусть динамика исследуемого объекта описывается линейным дифференциальным уравнением четвертого порядка $y^{IV} + 2y^{III} - 3\ddot{y} + 5\dot{y} - 6y = 0$. Введём новые переменные $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$, $x_3 = \ddot{y}$, $x_4 = y^{III}$ и запишем данное уравнение в виде $\dot{x} = Ax$. Из прилагаемого ниже списка матриц A выберите верную:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & -5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

•

Параграф 2

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☐ Экспоненциал e^A определён для любой прямоугольной $(m \times n)$ -матрицы A
- ☒ Экспоненциал e^A определён для любой квадратной $(n \times n)$ -матрицы A
- ☐ Экспоненциал e^A определён только для любой квадратной невырожденной $(n \times n)$ -матрицы A
- ☒ Экспоненциал e^A любой квадратной $(n \times n)$ -матрицы A является невырожденной матрицей
- ☒ Матричная функция $\Phi(t) = e^{tA} : E^1 \rightarrow E^{n \times n}$ непрерывно дифференцируема на множестве $(-\infty, +\infty)$, причём $\Phi'(t) = A e^{tA} = e^{tA} A$
- ☐ Матричная функция $\Phi(t) = e^{tA} : E^1 \rightarrow E^{n \times n}$ не является дифференцируемой функцией переменного t на множестве $(-\infty, +\infty)$
- ☐ Для любых двух квадратных $(n \times n)$ -матриц A и B справедлива формула $e^A \cdot e^B = e^{A+B}$
- ☒ Для любых двух квадратных перестановочных $(n \times n)$ -матриц A и B (то есть $A \cdot B = B \cdot A$) справедлива формула $e^A \cdot e^B = e^{A+B}$
- ☒ Для любой квадратной $(n \times n)$ -матрицы A и скалярной переменной t справедлива формула $e^{tA} = \sum_{k=0}^{n-1} p_k(t) A^k$, где $p_k(t)$, $k = 1, \dots, n-1$ - непрерывные (и даже аналитические) функции аргумента $t \in (-\infty, +\infty)$
- ☐ Для любой квадратной $(n \times n)$ -матрицы A и скалярной переменной t справедлива формула $e^{tA} = \sum_{k=0}^{n-2} p_k(t) A^k$, где $p_k(t)$, $k = 1, \dots, n-2$ - непрерывные (и даже аналитические) функции аргумента $t \in (-\infty, +\infty)$

Вопрос 2

Из прилагаемого ниже списка соотношений выберите верные. Во всех примерах этого задания A, B - произвольные $(n \times n)$ -матрицы, E - единичная $(n \times n)$ -матрица, O - нулевая $(n \times n)$ -матрица, $t, s \in \mathbb{R}^1$, $*$ - знак транспонирования

☒ $(e^A)^* = e^{(A^*)}$

☐ $(e^A)^* \neq e^{(A^*)}$

☐ $e^{A+B} = e^A \cdot e^B = e^B \cdot e^A$

☒ $e^{(t+s)A} = e^{tA} \cdot e^{sA} = e^{sA} \cdot e^{tA}$

☐ $(e^A)^{-1} = e^{(A^{-1})}$

☒ $(e^A)^{-1} = e^{-A}$

☒ $e^{tA} \Big|_{t=0} = E$

☐ $e^{tA} \Big|_{t=0} = O$

☒ $\frac{d}{dt}(e^{tA}) = A \cdot e^{tA} = e^{tA} \cdot A$

Вопрос 3

Найти решение задачи Коши $\dot{x} = x + t, \quad x(0) = 1$.

4. $x(t) = 2e^t - t - 1$.

•

Вопрос 4

Найти решение задачи Коши $\dot{x} = -x + 1, \quad x(0) = 2$.

- 5. $x(t) = e^{-t} + 1$

Вопрос 5

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

•
$$e^{tA} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -t & 1 \end{pmatrix}.$$

Вопрос 6

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

$$1. e^{tA} = \begin{pmatrix} e^{2t} & 0 \\ 0 & e^{-3t} \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 7

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} \cos(2t) & -\sin(2t) \\ \sin(2t) & \cos(2t) \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 8

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. $e^{tA} = \begin{pmatrix} e^t \cos t & e^t \sin t \\ -e^t \sin t & e^t \cos t \end{pmatrix},$

•

Вопрос 9

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$7. e^{tA} = \begin{pmatrix} 1 & e^t - 1 \\ 0 & e^t \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 10

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$.

$$3.e^{tA} = \begin{pmatrix} \cos(2t) & 0.5\sin(2t) \\ -2\sin(2t) & \cos(2t) \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 11

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

•
$$e^{tA} = \begin{pmatrix} \cosh t & \sinh t \\ \sinh t & \cosh t \end{pmatrix},$$

Вопрос 12

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} -e^t + 2e^{2t} & -2e^t + 2e^{2t} \\ e^t - e^{2t} & 2e^t - e^{2t} \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 13

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

•
$$10. e^{tA} = \begin{pmatrix} e^{3t}(t+1) & te^{3t} \\ -te^{3t} & e^{3t}(1-t) \end{pmatrix},$$

Вопрос 14

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы

$$5. e^{tA} = \begin{pmatrix} 1 & -t & t^2/2 \\ 0 & 1 & -t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 15

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы

$$11. e^{tA} = \begin{pmatrix} \cosh t & 0 & -\sinh t \\ 0 & e^t & 0 \\ -\sinh t & 0 & \cosh t \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 16

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} \cos t & 0 & -\sin t \\ 0 & e^{-t} & 0 \\ \sin t & 0 & \cos t \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 17

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти экспоненциал e^{tA} матрицы

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} e^t & 0 & 0 \\ -e^t + t + 1 & 1 & t \\ -e^t + 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

•

Вопрос 18

Вычислить значение выражения $16 \times \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}(-\ln 3) + 7$, где $a_{ij}(t)$ - элементы экспоненциала e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

- 103

Вопрос 19

Вычислить значение выражения $26 \exp(-\pi/2) \times \sum_{i,j=1}^3 a_{ij}(\pi/4) + 47$, где $a_{ij}(t)$ - элементы экспоненциала e^{tA}

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

матрицы

- 112

Параграф 3

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☒ Операция алгебраической суммы множеств обладает свойством коммутативности
- ☐ Операция алгебраической суммы множеств не обладает свойством коммутативности
- ☒ Операция алгебраической суммы множеств обладает свойством ассоциативности
- ☐ Операция алгебраической суммы множеств не обладает свойством ассоциативности
- ☒ Если F - непустой компакт из E^n , то множество AF (произведение множества F на матрицу A) - также непустой компакт для любой квадратной $(n \times n)$ -матрицы A
- ☒ Если F - непустой выпуклый компакт из E^n , то множество AF (произведение множества F на матрицу A) - также непустой выпуклый компакт для любой квадратной $(n \times n)$ -матрицы A
- ☐ Пусть F - непустой выпуклый компакт из E^n , тогда множество AF (произведение множества F на матрицу A) - может быть невыпуклым множеством для какой-то квадратной $(n \times n)$ -матрицы A
- ☒ Алгебраическая сумма двух непустых выпуклых множеств является выпуклым множеством
- ☒ Алгебраическая сумма двух произвольных шаров является шаром
- ☐ Алгебраическая сумма двух произвольных шаров не обязательно является шаром

Вопрос 2

Из прилагаемого ниже списка соотношений выберите верные. Во всех примерах этого задания A, B - произвольные $(n \times n)$ -матрицы, F, G, P - произвольные непустые компакты из E^n , $\alpha, \beta \in E^1$, E - единичная матрица

☒ $F + G = G + F$

☒ $F + (G + P) = (F + G) + P$

☒ $F + \{0\} = F$

☐ $F + (-F) = \{0\}$

☒ $\alpha(\beta F) = (\alpha\beta)F$

☒ $1 \cdot F = F$

☒ $\alpha(F + G) = \alpha F + \alpha G$

☐ $(\alpha + \beta)F = \alpha F + \beta F$

☒ $(\alpha + \beta)F \subset \alpha F + \beta F$

☐ $(\alpha + \beta)F \supset \alpha F + \beta F$

☒ $(\alpha + \beta)F = \alpha F + \beta F, \quad \alpha \geq 0, \beta \geq 0, F \in \text{conv} \Omega(E^n)$

☒ $A(BF) = (AB)F$

☒ $E \cdot F = F$

☒ $A(F + G) = AF + AG$

☐ $(A + B)F = AF + BF$

☒ $(A + B)F \subset AF + BF$

☐ $(A + B)F \supset AF + BF$

Вопрос 3

Из прилагаемого ниже списка соотношений выберите верные. Во всех примерах этого

задания $S_r(a)$ - шар радиуса $r > 0$ с центром в точке a , то есть $S_r(a) = \{x \in E^n : \|x - a\| \leq r\}$, F -

произвольный непустой компакт из E^n , $|F|$ - модуль множества F , $\lambda \in E^1$, E - единичная матрица

☒ $F \subset S_{|F|}(0)$

☐ $F \supset S_{|F|}(0)$

☒ $S_{r_1}(a_1) + S_{r_2}(a_2) = S_{r_1+r_2}(a_1+a_2)$

☐ $S_{r_1}(a_1) + S_{r_2}(a_2) = S_{r_1+r_2}(a_1-a_2)$

☐ $S_{r_1}(a_1) + S_{r_2}(a_2) = S_{r_1-r_2}(a_1+a_2)$

☐ $F + F = 2F$

☒ $S_1(0) + (-S_1(0)) = S_2(0)$

☐ $S_1(0) + (-S_1(0)) \neq S_2(0)$

☐ $\lambda S_r(0) = S_{\lambda r}(0)$

☒ $\lambda S_r(0) = S_{|\lambda|r}(0)$

Вопрос 4

Найти множество AF , где $F = S_1(0) \subset E^2$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

$$2.AF = \left\{ x \in E^2 : \left(\frac{x_1}{2} \right)^2 + \left(\frac{x_2}{4} \right)^2 \leq 1 \right\},$$

•

Вопрос 5

Найти множество AF , где $F = S_1(0) \subset E^2$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

• $AF = \{x \in E^2 : x_1 = 0, |x_2| \leq 2\}$.

Вопрос 6

Найти множество AF , где $F = S_1(0) \subset E^2$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

- 1. $AF = S_2(0)$.

Вопрос 7

Найти множество $F + G$, где $F = S_{r_1}(a_1) \subset E^2$, $G = S_{r_2}(a_2) \subset E^2$, $r_1 = 1$, $a_1 = (-1, 2)$, $r_2 = 2$, $a_2 = (4, -3)$.

- 8. $F + G = S_3(a)$, $a = (3, -1)$.

Вопрос 8

Найти множество $F + G$, где $F = \{x \in E^2 : |x_1| \leq 2, \quad x_2 = 0\}$, $G = \{x \in E^2 : x_1 = 0, \quad |x_2| \leq 3\}$.

- 2. $F + G = \{x \in E^2 : |x_1| \leq 2, \quad |x_2| \leq 3\}$,

Вопрос 9

Найти множество $F + G$, где $F = \{x \in \mathbb{E}^2 : |x_1| \leq 2, \quad x_2 = 0\}$, $G = S_1(0) \subset \mathbb{E}^2$. Введём

обозначения $F_1 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{E}^2 : |x_1| \leq 2, \quad |x_2| \leq 1\}$, $F_2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{E}^2 : (x_1 + 2)^2 + x_2^2 \leq 1, \quad x_1 \leq -2\}$,

$F_3 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{E}^2 : x_1^2 + (x_2 + 2)^2 \leq 1, \quad x_2 \leq -2\}$, $F_4 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{E}^2 : (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \leq 1, \quad x_1 \geq 2\}$,

$F_5 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{E}^2 : x_1^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 1, \quad x_2 \geq 2\}$.

•
$$10. F + G = F_1 \bigcup F_2 \bigcup F_4,$$

Параграф 4

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Если непустое множество $F \subset E^n$ выпукло, то $\text{conv} F = F$
- Для произвольного непустого множества $F \subset E^n$ выполняется включение $\text{conv} F \supset F$
- Если F непустой компакт в E^n , то $\text{conv} F$ непустой выпуклый компакт
- Если непустое множество $F \subset E^n$ замкнуто и ограничено, то F - компакт

Вопрос 2

Пусть $F \in \Omega(E^{\mathbb{N}})$, $\text{conv} F = \bigcup_{n=0}^{\infty} F_n$. Существует такой номер $s = s(n, F)$, что $F_s = F_{s+1} = \dots = \text{conv} F$. Для множества $F = S_1(0) \subset E^{12}$ найти s

- 0

Вопрос 3

Пусть $F \in \Omega(E^{\mathbb{N}})$, $\text{conv} F = \bigcup_{n=0}^{\infty} F_n$. Существует такой номер $s = s(n, F)$, что $F_s = F_{s+1} = \dots = \text{conv} F$. Для множества $F = \{f_1, f_2, f_3\} \subset E^3$, где $f_1 = (1, 0, 0)$, $f_2 = (0, 1, 0)$, $f_3 = (0, 0, 1)$, найти s

- 2

Вопрос 4

Пусть $F \in \Omega(E^{\mathbb{N}})$, $\text{conv} F = \bigcup_{n=0}^{\infty} F_n$. Существует такой номер $s = s(n, F)$, что $F_s = F_{s+1} = \dots = \text{conv} F$. Для множества $F = \{f_1, f_2, f_3, f_4\} \subset E^3$, где $f_1 = (1, 0, 0)$, $f_2 = (0, 1, 0)$, $f_3 = (0, 0, 1)$, $f_4 = (2, 2, 2)$, найти s

- 2

Параграф 5

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка соотношений выберите верные. Во всех примерах этого задания F, G

$\square$ произвольные непустые компакты из E^n , $\lambda \in E^1$, A - произвольная $(n \times n)$ -матрица $S_r(a) \subset E^n$ - шар радиуса $r > 0$ с центром в точке $a \in E^n$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству F в направлении вектора $\psi \in E^n$, $h(F, G)$ - расстояние Хаусдорфа между множествами F и G , $S = \{x \in E^n : \|x\| = 1\}$ - единичная сфера в E^n

☒ $S_r(a) = \{a\} + rS_1(0)$

☐ $c(S_r(a), \psi) = |(a, \psi)| + r \|\psi\|$

☐ $c(S_r(a), \psi) = (a, \psi) + r \|\psi\|^2$

☒ $c(S_r(a), \psi) = (a, \psi) + r \|\psi\|$

☐ $|c(F, \psi)| \geq \|F\| \|\psi\|$

☒ $|c(F, \psi)| \leq \|F\| \|\psi\|$

☐ $c(F, \lambda \psi) = \lambda c(F, \psi)$

☒ $c(F, \lambda \psi) = \lambda c(F, \psi) \quad \forall \lambda \geq 0$

☐ $c(\lambda F, \psi) = \lambda c(F, \psi)$

☒ $c(\lambda F, \psi) = \lambda c(F, \psi) \quad \forall \lambda \geq 0$

☒ $\text{conv}(F + G) = \text{conv} F + \text{conv} G$

☒ $\text{conv}(A \cdot F) = A \text{conv} F$

☒ $\text{conv}(\lambda F) = \lambda \text{conv} F$

☐ $h(F, G) = \max_{\psi \in S} |c(F, \psi) - c(G, \psi)|$

☒ $h(\text{conv} F, \text{conv} G) = \max_{\psi \in S} |c(F, \psi) - c(G, \psi)|$

☒ $h(\text{conv} F, \text{conv} G) \leq h(F, G)$

☐ $h(\text{conv} F, \text{conv} G) \geq h(F, G)$

☐ $h(S_{r_1}(a_1), S_{r_2}(a_2)) = \|a_1 - a_2\| + r_1 - r_2$

☒ $h(S_{r_1}(a_1), S_{r_2}(a_2)) = \|a_1 - a_2\| + |r_1 - r_2|$

☐ $h(S_{r_1}(a_1), S_{r_2}(a_2)) = \|a_1 - a_2\|^2 + |r_1 - r_2|$

Вопрос 2

Пусть $F = \{\alpha\} \subset \mathbb{E}^2$, где $\alpha = (1, 2)$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in \mathbb{E}^2$.

- $1. c(F, \psi) = \psi_1 + 2\psi_2,$

Вопрос 3

Пусть $F = \{x \in \mathbb{R}^n : |x_i| \leq 1, \quad i = 1, \dots, n\}$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in \mathbb{R}^n$.

$$c(F, \psi) = \sum_{i=1}^n |\psi_i|$$

•

Вопрос 4

Пусть $F = \{x \in \mathbb{E}^2 : |x_1| \leq 1, |x_2| \leq 2\}$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in \mathbb{E}^2$.

$$5. c(F, \psi) = |\psi_1| + 2|\psi_2|.$$

•

Вопрос 5

Пусть $F = \{x \in \mathbb{E}^2 : (x_1 - 6)^2 + (x_2 + 5)^2 \leq 4\}$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in \mathbb{E}^2$.

- $7.c(F, \psi) = 6\psi_1 - 5\psi_2 + 2 \|\psi\|,$

Вопрос 6

Пусть $F = \{a, b\} \subset \mathbb{E}^2$, где $a = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in \mathbb{E}^2$.

•
$$c(F, \psi) = \frac{1}{\sqrt{2}} |\psi_1 - \psi_2|,$$

Вопрос 7

Пусть $F = \{x \in \mathbb{E}^2 : -3 \leq x_1 \leq 5, \quad -4 \leq x_2 \leq -2\}$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in \mathbb{E}^2$.

$$g.c(F, \psi) = \psi_1 - 3\psi_2 + 4|\psi_1| + |\psi_2|,$$

•

Вопрос 8

Пусть $F = \{x \in E^2 : 9(x_1 - 1)^2 + 4(x_2 + 2)^2 \leq 36\}$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in E^2$.

- 12. $c(F, \psi) = \psi_1 - 2\psi_2 + \sqrt{4\psi_1^2 + 9\psi_2^2}$.

Вопрос 9

Пусть $F = \{x \in \mathbb{E}^2 : |x_1 + x_2| \leq 1, \quad |x_1 - x_2| \leq 1\}$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi)$, $\psi \in \mathbb{E}^2$.

$$c(F, \psi) = \frac{1}{2}(|\psi_1 + \psi_2| + |\psi_1 - \psi_2|),$$

•

Вопрос 10

Вычислить значение выражения $53 \cdot c(F, \psi) + 67$, где $F = \{x \in \mathbb{E}^2 : |x_1 + x_2| \leq 1, \quad |x_1 - x_2| \leq 1\}$, $\psi = (3, 5)$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству F в направлении вектора ψ

- 332

Вопрос 11

Вычислить значение выражения $17 \cdot c(F, \psi) + 49$, где $F = \{x \in \mathbb{E}^2 : \{x \in \mathbb{E}^2 : (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 9\}$, $\psi = (3, -4)$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству F в направлении вектора ψ

- 134

Вопрос 12

Вычислить значение выражения $-16 \cdot c(F, \psi) - 4$, где $F = \{x \in E^2 : -1 \leq x_1 \leq 3, \quad 2 \leq x_2 \leq 4\}$, $\psi = (1, -5)$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству F в направлении вектора ψ .

- 108

Вопрос 13

Вычислить значение выражения $17 \cdot c(F, \psi) + 481$, где $F = \{x \in E^2 : x_1 + x_2 \leq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0\}$, $\psi = (-7, -15)$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству F в направлении вектора ψ

- 481

Вопрос 14

Вычислить значение выражения $17 \cdot c(F, \psi) + 481$, где $F = \{x \in E^2 : x_1 + x_2 = 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0\}$, $\psi = (-7, -15)$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству F в направлении вектора ψ

- 362

Вопрос 15

Вычислить значение выражения $17 \cdot c(F, \psi) + 481$, где $F = \{x \in E^2 : |x_1| + |x_2| \leq 1\}$, $\psi = (-7, -15)$, $c(F, \psi)$ — опорная функция к множеству F в направлении вектора ψ

- 736

Вопрос 16

Вычислить значение выражения $58 \cdot (h(F, G))^2 - 5$, где $F = \{a; b\} \subset E^2$, $G = \{c; d\} \subset E^2$, $a = (0, 2)$, $b = (0, -2)$, $c = (2, 0)$, $d = (-2, 0)$, $h(F, G)$ - расстояние Хаусдорфа между множествами F и G

- 459

Вопрос 17

Вычислить значение выражения $58 \cdot (h(F, G))^2 - 5$, где $F = \text{conv}\{a; b\} \subset E^2$, $G = \text{conv}\{c; d\} \subset E^2$, $a = (0, 2)$, $b = (0, -2)$, $c = (2, 0)$, $d = (-2, 0)$, $h(F, G)$ - расстояние Хаусдорфа между множествами F и G

- 227

Вопрос 18

Вычислить значение выражения $20 \cdot h(F, G) + 3$, где $F = S_7(a) \subset E^3$, $G = S_3(b) \subset E^3$, $a = (1, -2, 1)$, $b = (-2, 2, 1)$, $h(F, G)$ - расстояние Хаусдорфа между множествами F и G

- 183

Вопрос 19

Вычислить значение выражения $(2\sqrt{2} \cdot h(F, G) + \sqrt{32})^3$, где $F = S_2(0) \subset \mathbb{E}^2$

, $G = \{x \in \mathbb{E}^2 : |x_1| \leq 2, |x_2| \leq 2\}$, $h(F, G)$ - расстояние Хаусдорфа между множествами F и G

- 512

Вопрос 20

Вычислить значение выражения $59 \cdot h(F, G) + 88$, где $F = S_1(0) \subset \mathbb{E}^2$, $G = \{x \in \mathbb{E}^2 : |x_1| \leq 3, \quad x_2 = 0\}$, $h(F, G)$ - расстояние Хаусдорфа между множествами F и G

- 206

Параграф 6

Вопрос 1

Пусть $I_R = \int_{t_0}^{t_1} D(s) R_V ds$, где $D(\cdot) : [t_0, t_1] \rightarrow E^{n \times n}$ - непрерывная $(n \times n)$ - матрица, R_V - класс допустимых управлений, состоящий из кусочно непрерывных на $[t_0, t_1]$ функций, принимающих значения из

произвольного компакта $U \subset E^n$; $I_L = \int_{t_0}^{t_1} D(s) L_V ds$, где $D(\cdot) : [t_0, t_1] \rightarrow E^{n \times n}$ - непрерывная $(n \times n)$ - матрица, L_V - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[t_0, t_1]$ функций, принимающих значения из произвольного компакта $U \subset E^n$ для почти всех $t \in [t_0, t_1]$; $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству $F \subset E^n$ в направлении вектора $\psi \in E^n$. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Множество $I_R \subset E^n$ непусто и ограничено
- Множество $I_L \subset E^n$ непусто и ограничено
- Множество I_L непустой выпуклый компакт в E^n

- $c(I_R, \psi) = \int_{t_0}^{t_1} c(D(s)U, \psi) ds$
- $c(I_L, \psi) = \int_{t_0}^{t_1} c(U, (D(s))^* \psi) ds$
-

- Множество $I_L(t)$, определяемое соотношением $I_L(t) = \int_{t_0}^t D(s) L_V ds, \quad t_0 < t,$ непрерывно зависит от аргумента t в метрике Хаусдорфа

Вопрос 2

$$I_L = \int_0^4 D(t) L_U dt, \quad D(t) = e^{tA}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix},$$

Найти множество где L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[0, 4]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [0, 4]$ значения из компакта $U = S_2(0) \subset \mathbb{R}^2$.

- 7. $I_L = S_8(0)$.

Вопрос 3

$$I_L = \int_0^{2\pi} D(t) L_U dt, \quad D(t) = e^{tA}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad L_U - \text{класс допустимых управлений,}$$

Найти множество где
состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[0, 2\pi]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [0, 2\pi]$
значения из компакта $U = \{v, -v\} \subset \mathbb{R}^2$, где $v = (-1, \sqrt{8})$.

- $2.I_L = S_{12}(0)$.

Вопрос 4

$$I_L = \int_0^{\pi} D(t) L_U dt, \quad D(t) = e^{tA}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

Найти множество где L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[0, \pi]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [0, \pi]$ значения из компакта $U = \{v, -v\} \subset \mathbb{R}^2$, где $v = (0, 3)$.

- $6. I_L = S_6(0),$

Вопрос 5

$$I_L = \int_0^{\pi} D(t) L_U dt, \quad D(t) = e^{tA}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Найти множество где L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[0, \pi]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [0, \pi]$ значения из компакта $U = \{v, -v\} \subset \mathbb{R}^2$, где $v = (0, 3)$.

- 10. $I_L = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 = 0, \quad |x_2| \leq 3\pi\}$.

Вопрос 6

$$I_L = \int_0^x D(t) L_U dt, \quad D(t) = \begin{pmatrix} t^2 & 2 \sin t \\ -t^3 + 1 & 2 \cos t \end{pmatrix}, \quad L_U - \text{класс допустимых управлений,}$$

Найти множество где L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[0, \pi]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [0, \pi]$ значения из компакта $U = \{v, -v\} \subset \mathbb{E}^2$, где $v = (0, 3)$.

- 11. $I_L = S_{12}(0)$.

Вопрос 7

$$I_L = \int_{-2\pi}^{2\pi} D(t) L_v dt, \quad D(t) = \begin{pmatrix} -\sin t & 4\sin(3t) \\ -\cos t & -7\cos t \end{pmatrix},$$

Найти множество где L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[-2\pi, 2\pi]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [-2\pi, 2\pi]$ значения из компакта $U = \{v, -v\} \subset \mathbb{R}^2$, где $v = (1, 0)$.

- $5. I_L = S_8(0).$

Вопрос 8

$$I_L = \int_0^{2\pi} D(t) L_U dt, \quad D(t) = \begin{pmatrix} \sin t & 4 \sin(3t) \\ -\cos t & -7 \cos t \end{pmatrix},$$
 L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[0, 2\pi]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [0, 2\pi]$ значения из компакта $U = \{v, -v\} \subset \mathbb{R}^2$, где $v = (1, 0)$. Вычислить значение выражения $32\sqrt{2} \cdot c(I_L, \psi) - 147$, где $c(I_L, \psi)$ - опорная функция к множеству $I_L \in \text{conv} \Omega(\mathbb{R}^2)$ в направлении вектора $\psi = (-1, 1)$

- 109

Вопрос 9

$$I_L = \int_{-3}^5 D(t) L_U dt, \quad D(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_U - \text{класс допустимых управлений, состоящий из}$$
 Пусть $\quad \quad \quad \text{где}$ интегрируемых по Лебегу на $[-3, 5]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [-3, 5]$ значения из компакта $U = \{a, b, c, d\} \subset \mathbb{E}^2$, где $a = (1, 0)$, $b = (-1, 0)$, $c = (0, 1)$, $d = (0, -1)$. Вычислить $c(I_L, \psi)$, где $c(I_L, \psi)$ - опорная функция к множеству $I_L \in \text{conv} \Omega(\mathbb{E}^2)$ в направлении вектора $\psi = (-17, 12)$

- 136

Вопрос 10

$I_L = \int_{-2}^3 D(t) L_U dt,$ где $D(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & -\sin t \\ 0 & \sin t & \cos t \end{pmatrix},$ L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[-2, 3]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [-2, 3]$ значения из компакта $U = S_1(0) \subset \mathbb{E}^3$. Вычислить значение выражения $11 \cdot (I_L, \psi) - 7$, где $c(I_L, \psi)$ - опорная функция к множеству $I_L \in \text{conv} \Omega(\mathbb{E}^3)$ в направлении вектора $\psi = (-2, 4, -4)$

- 323

Параграф 7

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☐ Пусть множество начальных состояний M_0 , множество конечных состояний M_1 , область управления U являются непустыми компактами в E^n , тогда множества достижимости и управляемости являются непустыми выпуклыми компактами в E^n
- ☒ Пусть множество начальных состояний M_0 , множество конечных состояний M_1 , область управления U являются непустыми компактами в E^n , тогда множества достижимости и управляемости являются непустыми компактами в E^n
- ☒ Пусть множество начальных состояний M_0 , множество конечных состояний M_1 , область управления U являются непустыми выпуклыми компактами в E^n , тогда множества достижимости и управляемости являются непустыми выпуклыми компактами в E^n
- ☒ Пусть множество начальных состояний M_0 , множество конечных состояний M_1 являются непустыми выпуклыми компактами в E^n , область управления U является непустым компактом в E^n , тогда множества достижимости и управляемости являются непустыми выпуклыми компактами в E^n
- ☐ Пусть множество начальных состояний M_0 , область управления U являются непустыми компактами в E^n , множество конечных состояний M_1 является непустым выпуклым компактом в E^n , тогда множества достижимости и управляемости являются непустыми выпуклыми компактами в E^n
- ☒ Пусть множество начальных состояний M_0 , область управления U являются непустыми компактами в E^n , множество конечных состояний M_1 является непустым выпуклым компактом в E^n , тогда множество достижимости является непустым компактом в E^n , а множество управляемости является непустым выпуклым компактом в E^n
- ☐ Пусть множество конечных состояний M_1 , область управления U являются непустыми компактами в E^n , множество начальных состояний M_0 является непустым выпуклым компактом в E^n , тогда множества достижимости и управляемости являются непустыми выпуклыми компактами в E^n
- ☒ Пусть множество конечных состояний M_1 , область управления U являются непустыми компактами в E^n , множество начальных состояний M_0 является непустым выпуклым компактом в E^n , тогда множество достижимости является непустым выпуклым компактом в E^n , а множество управляемости является непустым компактом в E^n
- ☐ Сопряжённая переменная - это любое решение сопряжённого уравнения $\dot{\psi} = -A^* \psi$
- ☒ Сопряжённая переменная - это любое нетривиальное решение сопряжённого уравнения $\dot{\psi} = -A^* \psi$
- ☒ Сопряжённая переменная - это любое ненулевое решение сопряжённого уравнения $\dot{\psi} = -A^* \psi$

Вопрос 2

Найдите для управляемой системы $\begin{cases} \dot{x} = u, & x, u \in E^2, \\ u \in U = \{a, b\} \subset E^2, a = (2, 2), b = (-2, 2), \end{cases}$ множество достижимости $X(\tau_0)$ при $t - t_0 \equiv \tau_0 = 2$ из начального множества $M_0 = \{0\} \subset E^2$ и множество управляемости $Z(\tau_1)$ при $t_1 - t \equiv \tau_1 = 2$ для конечного множества $M_1 = \{0\} \subset E^2$.

8. $X(2) = \{x \in E^2 : |x_1| \leq 4, \quad x_2 = 4\},$
 • $Z(2) = \{x \in E^2 : |x_1| \leq 4, \quad x_2 = -4\},$

Вопрос 3

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \end{cases}$$

Найдите для управляемой системы $u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, |u_2| \leq 1\}$, множество достижимости $X(t_0)$ при $t - t_0 \equiv \tau_0 = 2\pi$ из начального множества $M_0 = \{0\} \subset E^2$.

- 11. $X(2) = S_4(0)$.

Вопрос 4

Найдите для управляемой системы
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \end{cases}$$
 множество достижимости $X(\tau_0)$ при $t - t_0 \equiv \tau_0 = 1.5\pi$ из начального множества $M_0 = S_\pi(\alpha) \subset E^2$, где $\alpha = (4\pi, 0)$, и множество управляемости $Z(\tau_1)$ при $t_1 - t \equiv \tau_1 = 1.5\pi$ для конечного множества $M_1 = S_{1.5\pi}(0) \subset E^2$.

12. $X(1.5\pi) = S_{2.5\pi}(\alpha), \alpha = (0, -4\pi),$

• $Z(1.5\pi) = S_{3\pi}(0).$

Вопрос 5

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ t_0 = 0, \quad t_1 = 1.5\pi. \end{cases} \quad X(\tau_0), \tau_0 \equiv t - t_0, \quad - \text{множество}$$

Пусть задана управляемая система достижимости из начального множества $M_0 = S_x(\alpha) \subset E^2$, где $\alpha = (4\pi, 0)$, $Z(\tau_1)$, $\tau_1 \equiv t_1 - t$ -

множество управляемости для конечного множества $M_1 = S_{1.5x}(0) \subset E^2$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Вычислить значение

выражения $\frac{14}{\pi} \cdot (c(X(\pi), \psi) + c(Z(0.5\pi), \psi) + 18)$, где $\psi = (-6, 8)$

- 914

Вопрос 6

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ t_0 = 0, \quad t_1 = 1.5\pi. \end{cases} \quad X(\tau_0), \tau_0 \equiv t - t_0, \quad - \text{множество}$$

Пусть задана управляемая система достижимости из начального множества $M_0 = S_x(\alpha) \subset E^2$, где $\alpha = (4\pi, 0)$, $Z(\tau_1)$, $\tau_1 \equiv t_1 - t$ -

множество управляемости для конечного множества $M_1 = S_{1.5x}(0) \subset E^2$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Вычислить значение

выражения $\frac{14}{\pi} \cdot (c(X(0.5\pi), \psi) + c(Z(0.5\pi), \psi) + 18)$, где $\psi = (-6, 8)$

- 956

Вопрос 7

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ u \in U = \{a; b\} \subset E^2, a = (-2, 2), b = (2, 2), \\ t_0 = 0. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система $X(t_0), t_0 \equiv t - t_0$, -

множество достижимости из начального множества $M_0 = \{0\} \subset E^2$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Вычислить значение выражения $-11 \cdot (c(X(3), \psi)) + 18$, где $\psi = (-2, -8)$

- 414

Вопрос 8

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ u \in U = \{a; b\} \subset E^2, a = (-2, 2), b = (2, 2), \\ t_1 = 7. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система

$$Z(\tau_1), \tau_1 \equiv t_1 - t, -$$

множество управляемости для конечного множества $M_1 = \{0\} \subset E^2$, $c(F, \psi)$ - опорная функция к множеству $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Вычислить значение выражения $3 \cdot (c(Z(5), \psi)) + 18$, где $\psi = (-2, -8)$

- 318

Параграф 8

Вопрос 1

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = S_x(\alpha) \subset E^2, \alpha = (4\pi, 0), \\ x(t_1) \in M_1 = S_{1.5x}(0) \subset E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = S_x(\alpha) \subset E^2, \alpha = (4\pi, 0), \\ x(t_1) \in M_1 = S_{1.5x}(0) \subset E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2. \end{array} \right.$ Исследовать управляемость системы из M_0 в M_1 на указанных отрезках времени и выбрать верные утверждения.

- ☐ Объект управляем на отрезке времени $[0, 1]$
- ☒ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 1]$
- ☐ Объект управляем на отрезке времени $[0, \pi/2]$
- ☒ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, \pi/2]$
- ☐ Объект управляем на отрезке времени $[0, 4]$
- ☒ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 4]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 3\pi/2]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 3\pi/2]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 6]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 6]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 2\pi]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 2\pi]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 9]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 9]$

Вопрос 2

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -4, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{0\} \subset E^2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -4, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{0\} \subset E^2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}. \end{array} \right.$ Исследовать управляемость системы из M_0 в M_1 на указанных отрезках времени и выбрать верные утверждения.

- ☐ Объект управляем на отрезке времени $[0, 1]$
- ☒ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 1]$
- ☐ Объект управляем на отрезке времени $[0, \pi/2]$
- ☒ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, \pi/2]$
- ☐ Объект управляем на отрезке времени $[0, 2]$
- ☒ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 2]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 2\pi]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 2\pi]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 3\pi]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 3\pi]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 7]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 7]$
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, 9]$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 9]$

Вопрос 3

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = S_x(\alpha) \subset E^2, \alpha = (4\pi, 0), \\ x(t_1) \in M_1 = S_{1.5x}(0) \subset E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система

Функция управляемости

$$\Phi_0(\psi) = c(M_0, \psi) + \int_{t_0}^{t_1} c(U, e^{-(s-t_0)A^*} \psi) ds + c(M_1, -e^{-(t_1-t_0)A^*} \psi),$$

имеет вид

где $c(F, \psi)$ - опорная функция

множества $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Считая $t_0 = 0$, $t_1 = \pi$, $\psi = (-1, \sqrt{8})$, вычислить

значение выражения $\frac{18}{\pi} \cdot \Phi_0(\psi) + 134$.

- 251

Вопрос 4

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = S_x(\alpha) \subset E^2, \alpha = (4\pi, 0), \\ x(t_1) \in M_1 = S_{1.5x}(0) \subset E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система

Функция управляемости

$$\Phi_0(\psi) = c(M_0, \psi) + \int_{t_0}^{t_1} c(U, e^{-(s-t_0)A^*} \psi) ds + c(M_1, -e^{-(t_1-t_0)A^*} \psi),$$

имеет вид

где $c(F, \psi)$ - опорная функция

множества $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Считая $t_0 = 0$, $t_1 = \pi$, вычислить значение

$$\frac{18}{\pi} \cdot \min_{\|\psi\|=1} \Phi_0(\psi) + 134.$$

выражения

- 125

Вопрос 5

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = S_x(\alpha) \subset E^2, \alpha = (4\pi, 0), \\ x(t_1) \in M_1 = S_{1.5x}(0) \subset E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система Функция управляемости

$$\Phi_1(\psi) = c(M_0, e^{(t_1-t_0)A^*}\psi) + \int_{t_0}^{t_1} c(U, e^{-(s-t)A^*}\psi) ds + c(M_1, -\psi),$$

имеет вид

где $c(F, \psi)$ - опорная функция

множества $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Считая $t_0 = 0$, $t_1 = \pi$, $\psi = (-1, \sqrt{8})$, вычислить

значение выражения $\frac{18}{\pi} \cdot \Phi_1(\psi) + 134$.

- 395

Вопрос 6

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x(t_0) \in M_0 = S_\alpha(\alpha) \subset E^2, \alpha = (4\pi, 0), \\ x(t_1) \in M_1 = S_{1.5\pi}(0) \subset E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2. \end{cases}$$

Пусть задана управляемая система Функция управляемости

$$\Phi_1(\psi) = c(M_0, e^{(t_1-t_0)A^*}\psi) + \int_{t_0}^{t_1} c(U, e^{-(s-t)A^*}\psi) ds + c(M_1, -\psi),$$

имеет вид

где $c(F, \psi)$ - опорная функция

множества $F \in \Omega(E^2)$ в направлении вектора $\psi \in E^2$. Считая $t_0 = 0$, $t_1 = 2\pi$, вычислить значение

выражения $\frac{18}{\pi} \cdot \min_{\|\psi\|=1} \Phi_1(\psi) + 134$.

- 143

Параграф 9

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☐ Принцип максимума Л.С.Понтрягина является достаточным условием оптимальности в линейной задаче быстрогодействия
- ☒ Принцип максимума Л.С.Понтрягина является необходимым условием оптимальности в линейной задаче быстрогодействия
- ☐ Принцип максимума Л.С.Понтрягина является необходимым и достаточным условием оптимальности в линейной задаче быстрогодействия
- ☐ Условия трансверсальности на множествах M_0 и M_1 не входят в формулировку принципа максимума Л.С.Понтрягина
- ☐ В формулировке принципа максимума участвует функция $\psi(\cdot)$ - произвольное решение сопряжённого уравнения $\dot{\psi} = -A^*\psi$
- ☒ В формулировке принципа максимума участвует функция $\psi(\cdot)$ - произвольное ненулевое решение сопряжённого уравнения $\dot{\psi} = -A^*\psi$
- ☐ В лемме об эквивалентной формулировке принципа максимума Л.С. Понтрягина множества M_0 и M_1 являются непустыми выпуклыми компактами в E^n
- ☒ В лемме об эквивалентной формулировке принципа максимума Л.С. Понтрягина множества M_0 и M_1 являются непустыми компактами в E^n
- ☒ В лемме об эквивалентной формулировке принципа максимума Л.С. Понтрягина функция $\psi(\cdot)$ не может равняться нулю ни в одной точке рассматриваемого отрезка времени
- ☐ В лемме об эквивалентной формулировке принципа максимума Л.С. Понтрягина функция $\psi(\cdot)$ может равняться нулю в отдельных точках рассматриваемого отрезка времени

Вопрос 2

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + u, x, u \in E^n, \\ x(t_0) \in M_0 \in \Omega(E^n), \\ x(t_1) \in M_1 \in \Omega(E^n), \\ U \in \Omega(E^n), \\ t_1 - t_0 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}. \end{cases} \quad \text{Пара } (x(t), u(t))$$

Рассматривается линейная задача быстрогодействия удовлетворяет принципу максимума Понтрягина на отрезке $[t_0, t_1]$ с сопряжённой переменной $\psi(t) \in E^n$; $\alpha \in E^1$; $\hat{\psi}(t) = \alpha \psi(t)$, $t \in [t_0, t_1]$; $S \subset E^n$ - единичная сфера. Среди следующих утверждений выбрать верные:

- ☐ Функция $\hat{\psi}(\cdot)$ является сопряжённой переменной при любом $\alpha \in E^1$
- ☒ Функция $\hat{\psi}(\cdot)$ является сопряжённой переменной при любом $\alpha \neq 0$
- ☒ Функция $\hat{\psi}(\cdot)$ является сопряжённой переменной при любом $\alpha > 0$
- ☒ Функция $\hat{\psi}(\cdot)$ является сопряжённой переменной при любом $\alpha < 0$
- ☒ Пара $(x(t), u(t))$ удовлетворяет принципу максимума Понтрягина на отрезке $[t_0, t_1]$ с сопряжённой переменной $\hat{\psi}(t) \in E^n$ при любом $\alpha > 0$
- ☐ Пара $(x(t), u(t))$ удовлетворяет принципу максимума Понтрягина на отрезке $[t_0, t_1]$ с сопряжённой переменной $\hat{\psi}(t) \in E^n$ при любом $\alpha < 0$
- ☒ Существует сопряжённая переменная $\hat{\psi}(t)$ с начальным условием $\hat{\psi}(t_0) \in S$
- ☒ Существует сопряжённая переменная $\hat{\psi}(t)$ с начальным условием $\hat{\psi}(t_0) \in S$ такая, что пара $(x(t), u(t))$ удовлетворяет принципу максимума Понтрягина на отрезке $[t_0, t_1]$ с сопряжённой переменной $\hat{\psi}(t)$

Параграф 10

Вопрос 1

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☐ Теорема существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия справедлива только в случае, когда множества M_0 и M_1 являются непустыми выпуклыми компактами в E^*
- ☒ Теорема существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия справедлива в случае, когда множества M_0 и M_1 являются непустыми компактами в E^*
- ☐ В формулировке теоремы существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия требуется, чтобы класс допустимых управлений $\mathcal{U}$ состоял из непрерывных функций со значениями из множества $U \in \Omega(E^*)$
- ☐ В формулировке теоремы существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия требуется, чтобы класс допустимых управлений $\mathcal{U}$ состоял из кусочно непрерывных функций со значениями из множества $U \in \Omega(E^*)$
- ☒ В формулировке теоремы существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия требуется, чтобы класс допустимых управлений $\mathcal{U}$ состоял из интегрируемых по Лебегу функций со значениями из множества $U \in \Omega(E^*)$
- ☒ В формулировке теоремы существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия требуется управляемость объекта из M_0 в M_1 на каком-то конечном отрезке времени

Вопрос 2

$$\begin{cases} \dot{x} = u, \quad x, u \in E^1, \\ x(0) = 1, \\ x(T) = 0, \\ u \in U = E^1, \\ T \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{cases} \quad (u_n(t) \equiv -n$$

Рассматривается одномерная линейная задача быстрогодействия $(x_n(t) \equiv 1 - nt)$ - допустимая пара в данной задаче при любом $n = 1, 2, \dots$; $t_n = 1/n$ - положительный корень уравнения $x_n(t) = 0$; N - множество натуральных чисел; $X(t)$ - множество достижимости в момент времени t ; $M_1 = \{0\}$. Среди следующих утверждений выбрать верные:

- ☒ Область управления U - выпуклое множество
- ☐ Область управления U - ограниченное множество
- ☐ Область управления U - выпуклый компакт
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, t_n]$ для любого натурального n
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, t_n]$ для любого натурального n
- ☒ Справедливо равенство $\inf_{n \in N} t_n = 0$
- ☒ Справедливо предельное равенство $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = 0$
- ☒ $X(0) = \{1\}$
- ☐ $X(t) = [0, 2], \quad t > 0$
- ☒ $X(t) = \begin{cases} \{1\}, & t = 0, \\ E^1, & t > 0 \end{cases}$
- ☐ Сформулированная линейная задача быстрогодействия имеет решение
- ☒ Оптимальное решение данной задачи не существует
- ☒ $X(0) \cap M_1 = \emptyset$
- ☒ $X(t) \cap M_1 \neq \emptyset, \quad t > 0$

Вопрос 3

$$\begin{cases} \dot{x} = u, x, u \in E^1, \\ x(0) = 2, \\ x(T) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^1 : |u| < 1\}, \\ T \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U} \int_0^T X(t) dt \end{cases}$$

Рассматривается одномерная линейная задача быстрогодействия

множество достижимости в момент времени t ; $M_1 = \{0\}$. Среди следующих утверждений выбрать верные:

☐ $X(2) = [0, 4]$

☒ $X(2) = (0, 4)$

☐ $X(2) = (0, 4]$

☐ $X(2) = [0, 4)$

☒ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 2]$

☐ Объект управляем на отрезке времени $[0, 2]$

☒ Для любого $\varepsilon \in (0, 1)$ существует допустимое управление $u_\varepsilon(t)$, $0 \leq t \leq 2$, такое, что соответствующая ему траектория $x_\varepsilon(t)$, $x_\varepsilon(0) = 2$, удовлетворяет условию $x_\varepsilon(2) \leq \varepsilon$. (Рассмотреть постоянные управления $u_\varepsilon(t) = -1 + \varepsilon/2$, $\varepsilon \in (0, 1)$, $t \in [0, 2]$; вычислить $x_\varepsilon(2)$)

☒ Для любого числа $\theta > 2$ существует допустимое управление $u_\theta(t)$, $0 \leq t \leq \theta$, такое, что соответствующая ему траектория $x_\theta(t)$, $x_\theta(0) = 2$, удовлетворяет условию $x_\theta(\theta) = 0$. (Рассмотреть постоянные управления $u_\theta(t) = -2/\theta$, $t \in [0, \theta]$; вычислить $x_\theta(\theta)$)

☒ $X(t) \cap M_1 \neq \emptyset$, $t > 2$

☒ $X(2) \cap M_1 = \emptyset$

☐ Сформулированная линейная задача быстрогодействия имеет решение

☒ Оптимальное решение данной задачи не существует

Вопрос 4

$$\begin{cases} \dot{x} = u, x, u \in E^1, \\ x(0) = 2, \\ x(T) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^1 : |u| \leq 1\}, \\ T \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U} \int_0^T |x(t)| dt \end{cases}$$

Рассматривается одномерная линейная задача быстрогодействия
множество достижимости в момент времени t ; $M_1 = \{0\}$. Среди следующих утверждений выбрать
верные:

☒ $X(t) = [2-t, 2+t], \quad t \geq 0$

☒ $X(2) = [0, 4]$

☒ $X(t) \cap M_1 \neq \emptyset, \quad t \geq 2$

☒ $X(t) \cap M_1 = \emptyset, \quad 0 \leq t < 2$

☒ Оптимальное время равно 2

☐ Оптимальное решение не существует

☒ Оптимальное решение существует

☐ Для оптимального управления $u(t), 0 \leq t \leq T$, выполнено равенство $\int_0^T u(t) dt = 2$

☒ Для оптимального управления $u(t), 0 \leq t \leq T$, выполнено равенство $\int_0^T u(t) dt = -2$

Вопрос 5

$$\begin{cases} \dot{x} = u, x, u \in E^2, \\ x(0) = a, a \neq 0, \\ x(T) = 0 \in E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ T \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}_U}. \end{cases}$$

Рассматривается линейная задача быстрогодействия
утверждений выбрать верные:

Среди следующих

- ☒ Область управления U - выпуклый компакт
- ☐ Область управления U не является компактом
- ☒ Теорема существования оптимального управления применима к данной задаче
- ☐ Теорема существования оптимального управления неприменима к данной задаче
- ☒ Оптимальное управление существует
- ☐ Оптимальное решение не существует
- ☒ Объект управляем на отрезке времени $[0, \|a\| + \varepsilon]$ при любом $\varepsilon > 0$
- ☐ Объект неуправляем на отрезке времени $[0, \|a\|]$
- ☒ Оптимальное время равно $\|a\|$

Вопрос 6

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия. Найдите оптимальное время $T(a, b)$ для произвольного начального состояния $x(0) = (a, b)$ и из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные.

- ☒ Функция $T(a, b)$ непрерывна в точке $(1, 1)$
- ☒ Функция $T(a, b)$ непрерывна в точке $(-1, -3)$
- ☒ Функция $T(a, b)$ непрерывна в точке $(0, 0)$
- ☒ Функция $T(a, b)$ непрерывна в точке $(2, -2)$
- ☒ Функция $T(a, b)$ непрерывна в точке $(-8, 4)$
- ☒ Функция $T(a, b)$ дифференцируема в точке $(1, 1)$
- ☒ Функция $T(a, b)$ дифференцируема в точке $(-1, -3)$
- ☐ Функция $T(a, b)$ дифференцируема в точке $(0, 0)$
- ☐ Функция $T(a, b)$ дифференцируема в точке $(2, -2)$
- ☐ Функция $T(a, b)$ дифференцируема в точке $(-8, 4)$
- ☒ $T(1, 4) = 10$
- ☐ $T(1, 4) = -4 + 2\sqrt{7}$
- ☐ $T(2, -2) = 6$
- ☐ $T(-2, -4) = -4 + 2\sqrt{6}$
- ☒ $T(-2, -4) = 4 + 2\sqrt{10}$

Вопрос 7

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия. На основании формулы для оптимального времени $T(a, b)$ для произвольного начального состояния $x(0) = (a, b)$

вычислить значение выражения $\frac{90}{\pi} \cdot T(1, -1) + 97$.

- 142

Вопрос 8

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия. На основании формулы для оптимального времени $T(a, b)$ для произвольного начального состояния $x(0) = (a, b)$

вычислить значение выражения $\frac{90}{\pi} \cdot T(-4, 0) + 97$.

- 277

Вопрос 9

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия. На основании формулы для оптимального времени $T(a, b)$ для произвольного начального состояния $x(0) = (a, b)$

$$\frac{90}{\pi} \cdot T\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right) + 97.$$

вычислить значение выражения

- 112

Вопрос 10

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия. На основании формулы для оптимального времени $T(a, b)$ для произвольного начального состояния $x(0) = (a, b)$

вычислить значение выражения $\frac{90}{\pi} \cdot T\left(-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 97$.

- 157

Вопрос 11

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ \dot{x}_3 = u_3, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \quad x_3(0) = c, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \quad x_3(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^3 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1, \quad |u_3| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}. \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия на основании формулы для оптимального времени $T(a, b, c)$ для произвольного начального состояния $x(0) = (a, b, c)$ вычислить значение выражения

На

$$47 \cdot T(-6, 4\sqrt{2}, -4\sqrt{2}) + 97.$$

- 379

Вопрос 12

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ \dot{x}_3 = u_3, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \quad x_3(0) = c, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \quad x_3(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^3 : \|u\| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U}. \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия. На основании формулы для оптимального времени $T(a, b, c)$ для произвольного начального состояния $x(0) = (a, b, c)$ вычислить значение выражения $47 \cdot T(-6, 4\sqrt{2}, -4\sqrt{2}) + 97$.

- 567

Вопрос 13

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = -0.5, \quad x_2(0) = 1, \\ x_1(t_1) = 0.5, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

$$96\bar{x}_1\left(\frac{1}{4}\right) + 16\bar{x}_2\left(\frac{1}{2}\right) + 56 \int_0^{0.25} \bar{u}_2(t)dt + 17 \int_0^{0.25} \bar{u}_1(t)dt + 241 - 32\sqrt{2},$$

выражения

где $\bar{x}(\cdot), \bar{u}(\cdot)$ - оптимальная

пара, решающая заданную линейную задачу быстрогодействия.

- 210

Вопрос 14

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = -2.5, \quad x_2(0) = 1, \\ x_1(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

$$24\bar{x}_1(2) + 16\bar{x}_2\left(\frac{1}{2}\right) + 14 \int_1^2 \bar{u}_2(t) dt + 3 \int_0^1 \bar{u}_2(t) + 17 \int_0^1 \bar{u}_1(t) + 241,$$

выражения

где $\bar{x}(\cdot), \bar{u}(\cdot)$ - оптимальная пара,

решающая заданную линейную задачу быстрогодействия

- 266

Вопрос 15

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ \dot{x}_3 = u_3, \\ x_1(0) = 7, \quad x_2(0) = -4, \quad x_3(0) = 4, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \quad x_3(t_1) = 0, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^3, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

$$24\bar{x}_1(3) + 9\bar{x}_2(6) + 27\bar{x}_3(1) - 36 \int_0^1 \bar{u}_1(t) dt + 9 \int_2^3 \bar{u}_2(t) dt - 18 \int_7^8 \bar{u}_3(t) dt + 344,$$

выражения

где $\bar{x}(\cdot), \bar{u}(\cdot)$ -

оптимальная пара, решающая заданную линейную задачу быстрогодействия

- 580

Вопрос 16

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : x_1 = -\pi, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}_U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия $(\mathcal{U}_U - \text{класс})$

допустимых управлений состоит из непрерывных на $[t_0, t_1]$ функций) вычислить значение

выражения $\frac{24}{\pi} \bar{x}_1(\pi) + \frac{16\sqrt{2}}{\pi} \bar{x}_2\left(\frac{\pi}{4}\right) + 14\bar{u}_1\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 18\bar{u}_2\left(\frac{\pi}{6}\right) + 738$, где $\bar{x}(\cdot), \bar{u}(\cdot)$ - оптимальная пара, решающая заданную линейную задачу быстрогодействия

- 694

Вопрос 17

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = 2, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия

Среди следующих

утверждений выбрать верные:

- ☐ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$ определяется однозначно
- ☒ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$ определяется неоднозначно
- ☒ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$, удовлетворяющее условию нормировки $\|\psi(0)\| = 1$, определяется однозначно
- ☐ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$, удовлетворяющее условию нормировки $\|\psi(0)\| = 1$, определяется неоднозначно
- ☐ Оптимальное управление не имеет точек переключения
- ☐ Оптимальное управление имеет точку переключения $\tau = 3$
- ☒ Оптимальное управление имеет точку переключения $\tau = 4$
- ☐ Оптимальное управление имеет две точки переключения $\tau_1 = 3$ и $\tau_2 = 4$
- ☐ Оптимальное время равно 7
- ☒ Оптимальное время равно 6

Вопрос 18

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = -2, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}. \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия

Среди следующих

утверждений выбрать верные:

- ☐ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$ определяется однозначно
- ☒ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$ определяется неоднозначно
- ☐ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$, удовлетворяющее условию нормировки $\|\psi(0)\| = 1$, определяется однозначно
- ☒ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$, удовлетворяющее условию нормировки $\|\psi(0)\| = 1$, определяется неоднозначно
- ☒ Оптимальное управление не имеет точек переключения
- ☐ Оптимальное управление имеет точку переключения $\tau = 0.25$
- ☐ Оптимальное управление имеет точку переключения $\tau = 0.5$
- ☐ Оптимальное управление имеет две точки переключения $\tau_1 = 0.25$ и $\tau_2 = 0.75$
- ☐ Оптимальное время равно 1
- ☒ Оптимальное время равно 2

Вопрос 19

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = a, \quad x_2(0) = b, \\ x_1(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

Пусть задана линейная задача быстрогодействия

Среди следующих

утверждений выбрать верные:

- ☐ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$ определяется однозначно для любого $x(0) \neq 0$
- ☒ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$ определяется неоднозначно для любого $x(0) \neq 0$
- ☐ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$, удовлетворяющее условию нормировки $\|\psi(0)\| = 1$, определяется однозначно для любого $x(0) \neq 0$
- ☐ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$, удовлетворяющее условию нормировки $\|\psi(0)\| = 1$, определяется неоднозначно для любого $x(0) \neq 0$
- ☒ Начальное значение $\psi(0)$ оптимальной сопряжённой переменной $\psi(t)$, удовлетворяющее условию нормировки $\|\psi(0)\| = 1$, определяется неоднозначно для некоторых $x(0) \neq 0$

Параграф 11

Вопрос 1

Пусть в линейной задаче быстрогодействия пара $(x(t), u(t))$ удовлетворяет принципу максимума Понтрягина на отрезке $[t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$ с сопряжённой переменной $\psi(t)$, множества M_0 и M_1 являются непустыми компактами в E^n . Обозначим через $X(t)$ и $Z(t)$ множества достижимости и управляемости (соответственно) в момент времени t . Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☐ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 имеет вид $(x(t), -\psi(t)) > c(M_1, -\psi(t)) \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 имеет вид $(x(t), \psi(t)) > c(M_1, \psi(t)) \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☒ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 имеет вид $(x(t), -\psi(t)) > c(M_1, -\psi(t)) \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 имеет вид $(x(t), \psi(t)) > c(M_1, \psi(t)) \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на начальном множестве M_0 имеет вид $(x(t), -\psi(t)) > c(M_0, -\psi(t)) \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☒ Усиленное условие трансверсальности на начальном множестве M_0 имеет вид $(x(t), \psi(t)) > c(M_0, \psi(t)) \forall t \in (t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на начальном множестве M_0 имеет вид $(x(t), -\psi(t)) > c(M_0, -\psi(t)) \forall t \in (t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на начальном множестве M_0 имеет вид $(x(t), \psi(t)) > c(M_0, \psi(t)) \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на начальном множестве M_0 равносильно условию $Z(t) \cap M_0 = \emptyset \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на начальном множестве M_0 равносильно условию $Z(t) \cap M_0 \neq \emptyset \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☒ Усиленное условие трансверсальности на начальном множестве M_0 равносильно условию $Z(t) \cap M_0 \neq \emptyset \forall t \in (t_0, t_1]$
- ☒ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 равносильно условию $X(t) \cap M_1 = \emptyset \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 равносильно условию $X(t) \cap M_1 = \emptyset \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 равносильно условию $X(t) \cap M_1 \neq \emptyset \forall t \in [t_0, t_1]$
- ☐ Усиленное условие трансверсальности на конечном множестве M_1 равносильно условию $X(t) \cap M_1 \neq \emptyset \forall t \in [t_0, t_1]$

Вопрос 2

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на любом отрезке времени $[t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$
- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на любом отрезке времени $[t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$

Вопрос 3

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$
- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ \dot{x}_3 = u_3, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^3 \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^3$ на любом отрезке времени $[t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$

Вопрос 4

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ \dot{x}_3 = u_3, \\ u \in U = \{u \in E^3 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1, \quad |u_3| \leq 1\}, \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^3$ на любом отрезке времени $[t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$, является

Вопрос 5

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad 0 \leq u_2 \leq 1\}, \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[0, 2\pi]$
- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = (1, 0) \in E^2$ на отрезке времени $[0, 3]$

Вопрос 6

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \end{cases}$$
 является локально управляемым на конечном множестве $M_1 = \{(x_1, x_2) \in E^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, 1 \leq x_2 \leq 2\}$ на любом отрезке времени $[t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$
- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, |u_2| \leq 1\}, \end{cases}$$
 является локально управляемым на конечном множестве $M_1 = S_{12}(0)$ на отрезке времени $[0, 1]$
- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ u \in U = S_1(a) \subset E^2, a = (1, 0), \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[0, 2\pi]$
- Объект, описываемый системой уравнений
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \\ u \in U = S_1(a) \subset E^2, a = (2, 0), \end{cases}$$
 является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[0, 2\pi]$

Параграф 12

Вопрос 1

Для динамической системы
$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + u, & x, u \in E^1, \\ x(0) = x_0, \end{cases}$$
 рассматриваются четыре управляющие функции $u_i(\cdot)$, $i = 1, 2, 3, 4$, на отрезке времени $[0, T]$, $T > 1$

$$u_1 = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq t \leq 1, \\ 2, & \text{если } 1 < t \leq T, \end{cases} \quad u_2 = \begin{cases} t, & \text{если } 0 \leq t \leq 1, \\ t^2, & \text{если } 1 < t \leq T, \end{cases}$$
$$u_3 = \begin{cases} 1, & \text{если } |x(t)| \leq 1, \\ 2, & \text{если } |x(t)| > 1, \end{cases} \quad u_4 = \begin{cases} \sin(x(t)), & \text{если } |x(t)| \leq 2, \\ -\cos(x(t)), & \text{если } |x(t)| > 2, \end{cases} \quad t \in [0, T].$$

- ☐ Управляющая функция $u_1(\cdot)$ задана в форме синтеза
- ☐ Управляющая функция $u_2(\cdot)$ задана в форме синтеза
- ☒ Управляющая функция $u_3(\cdot)$ задана в форме синтеза
- ☒ Управляющая функция $u_4(\cdot)$ задана в форме синтеза
- ☐ Управляющая функция $u_1(\cdot)$ задана в виде обратной связи
- ☐ Управляющая функция $u_2(\cdot)$ задана в виде обратной связи
- ☒ Управляющая функция $u_3(\cdot)$ задана в виде обратной связи
- ☒ Управляющая функция $u_4(\cdot)$ задана в виде обратной связи
- ☒ Управляющая функция $u_1(\cdot)$ задана в виде программы
- ☒ Управляющая функция $u_2(\cdot)$ задана в виде программы
- ☐ Управляющая функция $u_3(\cdot)$ задана в виде программы
- ☐ Управляющая функция $u_4(\cdot)$ задана в виде программы
- ☒ Управляющая функция $u_1(\cdot)$ задана в программной форме
- ☒ Управляющая функция $u_2(\cdot)$ задана в программной форме
- ☐ Управляющая функция $u_3(\cdot)$ задана в программной форме
- ☐ Управляющая функция $u_4(\cdot)$ задана в программной форме

Вопрос 2

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$ выяснить, сколько пар $(u(\cdot), x(\cdot))$ удовлетворяют принципу максимума Понтрягина. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- 1. одна пара

Вопрос 3

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$ выяснить, сколько пар $(u(\cdot), x(\cdot))$ удовлетворяют принципу максимума Понтрягина. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- 2. две пары

Вопрос 4

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}_U}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}_U}, \end{array} \right.$ выяснить, сколько пар $(u(\cdot), x(\cdot))$ удовлетворяют принципу максимума Понтрягина. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- 6. бесконечно много пар

Вопрос 5

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}_U}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}_U}, \end{array} \right.$ выяснить, сколько пар $(u(\cdot), x(\cdot))$ удовлетворяют принципу максимума Понтрягина. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- 6. бесконечно много пар

Вопрос 6

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия, выяснить, сколько пар $(u(\cdot), x(\cdot))$ удовлетворяют принципу максимума Понтрягина. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- одна пара

Вопрос 7

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия $(u(\cdot), x(\cdot))$ выяснить, сколько существует оптимальных пар $(u(\cdot), x(\cdot))$. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- одна пара

Вопрос 8

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия, выяснить, сколько
 существует оптимальных пар $(u(\cdot), x(\cdot))$. Считать идентичными две управляющие функции, если они
 отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- одна пара

Вопрос 9

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия, *выяснить, сколько существует оптимальных пар $(u(\cdot), x(\cdot))$. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.*

- 6. бесконечно много пар

Вопрос 10

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : |u_1| \leq 1, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \mathcal{U}_U}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия, выяснить, сколько существует оптимальных пар $(u(\cdot), x(\cdot))$. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- одна пара

Вопрос 11

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \bar{U}}, \end{array} \right.$$

Исследовав линейную задачу быстрогодействия $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 0, \quad x_2(t_1) = 0, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in \bar{U}}, \end{array} \right.$ выяснить, сколько существует оптимальных пар $(u(\cdot), x(\cdot))$. Считать идентичными две управляющие функции, если они отличаются друг от друга лишь на множестве меры нуль.

- одна пара

Вопрос 12

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия вычислить значение выражения $46 \cdot (T + \tau + \bar{x}_1(0) + \bar{x}_2(0) + \bar{x}_1(T) + \bar{x}_2(T))$, где T - оптимальное время, τ - точка переключения оптимального управления, $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория.

- 253

Вопрос 13

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия вычислить значение выражения $60 \cdot (T + \tau + \bar{x}_1(\tau) + \bar{x}_2(\tau) + \bar{x}_1(T) + \bar{x}_2(T))$, где T - оптимальное время, τ - точка переключения оптимального управления, $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория.

- 480

Вопрос 14

Решив линейную задачу быстрогодействия $\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U}, \end{array} \right.$ вычислить значение выражения $80 \cdot \left(\bar{x}_1 \left(\frac{1}{2} \right) + \bar{x}_2 \left(\frac{1}{2} \right) + \bar{x}_1(2) + \bar{x}_2(2) \right) + 17$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория

• 267

Вопрос 15

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия вычислить

значение выражения $15 \int_0^{\tau} \bar{u}_2(t) dt + 16\sqrt{2}\bar{\psi}_1(1) + 16\sqrt{2}\bar{\psi}_2(1) + 100$,
 где $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{\psi}(\cdot)$ -
 оптимальная сопряжённая переменная, τ - точка переключения оптимального управления

- 131

Вопрос 16

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -\frac{3}{2}, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : 2 \leq x_1 \leq 3, \quad x_2 = 0\}, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия вычислить

значение выражения $15 \int_0^{\tau} \bar{u}_1(t) dt + 25 \int_0^T \bar{u}_2(t) dt - \sqrt{2} \bar{\psi}_1(T) + 16 \sqrt{2} \bar{\psi}_2(T) + 800$,
 где $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{\psi}(\cdot)$ - оптимальная сопряжённая переменная, τ - точка переключения оптимального управления, T - оптимальное время

- 757

Вопрос 17

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия вычислить значение выражения $(T+2)^6 + (\tau+1)^4$, где τ - точка переключения оптимального управления, T - оптимальное время

- 516

Вопрос 18

Решив линейную задачу быстрогодействия

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

вычислить значение

выражения $\left(\int_0^{\tau} \bar{u}_2(t) dt + 1 \right)^4 + 25 \int_0^T \bar{u}_2(t) dt + 400,$ где $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, τ - точка переключения оптимального управления, T - оптимальное время

- 404

Вопрос 19

Решив линейную задачу быстрогодействия

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

вычислить значение

выражения $\left(\int_0^{0.5} \bar{u}_2(t) dt + \frac{5}{2} + \sqrt{2} \right)^4 + 10 \int_0^T \bar{u}_2(t) dt,$ где $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, T - оптимальное время

- 324

Вопрос 20

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

$$64 \cdot \left(\bar{x}_1 \left(\frac{1}{4} \right) + \bar{x}_2 \left(\frac{1}{4} \right) \right) - (\tau + 1)^2,$$

выражения

оптимального управления

где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, τ - точка переключения

- 96

Вопрос 21

Решив линейную задачу быстрогодействия

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \\ x(t_1) = 1, \quad x_2(t_1) = 1, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{array} \right.$$

вычислить значение

выражения $\left(\bar{x}_1 \left(\frac{1}{2} \right) + \bar{x}_2 \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{41}{8} \right)^2 + (T + 2)^4$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, T - оптимальное время

- 114

Вопрос 22

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : x_1 = 2\pi, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2 - \text{единичный шар}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

выражения $\int_0^1 \|\bar{u}(t)\| dt + \|\bar{x}(T)\| - T + 45$,
 где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное
 управление, T - оптимальное время

где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное

Вопрос 23

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : x_1 = 2\pi, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2 - \text{единичный шар}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in V_U}, \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

выражения $23 \cdot \left(\int_0^T |\bar{u}_1(t)| dt + \int_0^{T/2} \bar{u}_2(t) dt \right) - \bar{x}_2(T),$

где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, T - оптимальное время

Вопрос 24

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : x_1 = \pi, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2 - \text{единичный шар}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

выражения $\int_0^T \bar{u}_1(t) dt + \int_0^T \bar{u}_2(t) dt + \frac{24}{\pi} \cdot \left(\bar{x}_1 \left(\frac{T}{3} \right) + \bar{x}_2 \left(\frac{T}{6} \right) \right) + 900,$

где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ -

оптимальное управление, T - оптимальное время.

- 892

Вопрос 25

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : x_1 = \pi, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2 - \text{единичный шар}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

выражения $\int_0^T \bar{u}_1(t) dt + \int_0^T \bar{u}_2(t) dt - 77\sqrt{2} \cdot \left(\bar{\psi}_1\left(\frac{T}{4}\right) + \bar{\psi}_2\left(\frac{3T}{4}\right) \right)$, где $\bar{\psi}(\cdot)$ - оптимальная сопряжённая переменная, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, T - оптимальное время

- 152

Вопрос 26

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ x(t_1) \in M_1 = \{x \in E^2 : x_1 = \pi, \quad |x_2| \leq 1\}, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2 - \text{единичный шар}, \\ t_1 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу быстрогодействия

вычислить значение

выражения $\int_0^T \bar{u}_1(t) dt - \int_0^T \bar{u}_2(t) dt - \frac{17\sqrt{2}}{\pi} \cdot \left(\bar{x}_1\left(\frac{3T}{4}\right) - \bar{x}_2\left(\frac{T}{4}\right) \right)$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, T - оптимальное время

- 18

Параграф 13

Вопрос 1

$$U = \left\{ u \in E^2 : \left(\frac{u_1}{2} \right)^2 + \left(\frac{u_2}{3} \right)^2 \leq 1 \right\},$$

Множество $U \subset E^2$ имеет вид $c(\psi)$ - опорная функция множества U в направлении вектора $\psi \in E^2$. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☒ Выпуклый компакт U является строго выпуклым
- ☒ $c(\psi) = \sqrt{4\psi_1^2 + 9\psi_2^2}$
- ☐ $c(\psi) = \sqrt{\psi_1^2/4 + \psi_2^2/9}$
- ☐ Гессиан $c''(\psi)$, $\psi \neq 0$, опорной функции имеет собственные значения 0 и -1
- ☐ Гессиан $c''(\psi)$, $\psi \neq 0$, опорной функции является положительно определённой матрицей
- ☐ Гессиан $c''(\psi)$, $\psi \neq 0$, опорной функции является отрицательно определённой матрицей
- ☒ Гессиан $c''(\psi)$, $\psi \neq 0$, опорной функции является неотрицательно определённой матрицей

Вопрос 2

Множество $U = S_{\sqrt{2}}(\alpha) \cap S_{\sqrt{2}}(-\alpha)$, $\alpha = (1, 0)$, является пересечением двух кругов (лунка), $c(\psi)$ - опорная функция множества U в направлении вектора $\psi \in \mathbb{E}^2$. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☒ Множество U - выпуклый компакт
- ☒ Множество U - строго выпуклый компакт
- ☒ Множество U - строго выпукло в направлении вектора $(1, 0)$
- ☐ Множество U не является строго выпуклым компактом
- ☐ Опорное множество H_ψ лунки U в направлении вектора $\psi = (4, 0)$ состоит из единственной точки $(1, 0)$
- ☐ Опорное множество H_ψ лунки U в направлении вектора $\psi = (4, 0)$ состоит из единственной точки $(\sqrt{2}, 0)$
- ☒ Опорное множество H_ψ лунки U в направлении вектора $\psi = (0, 3)$ состоит из единственной точки $(0, 1)$
- ☐ Опорное множество H_ψ лунки U в направлении вектора $\psi = (0, 3)$ состоит из единственной точки $(0, 3)$
- ☐ Опорное множество H_ψ лунки U в направлении вектора $\psi = (1, 4)$ состоит из единственной точки $(0, 2)$
- ☒ Частная производная $c'_{\psi_1}(\psi)|_{\psi=(1,0)} = \sqrt{2} - 1$
- ☐ Частная производная $c'_{\psi_2}(\psi)|_{\psi=(1,0)} = 2$
- ☒ $c(\psi)$ дифференцируемая функция при всех $\psi \neq 0$
- ☐ $c(\psi)$ - дифференцируемая функция при всех $\psi \in \mathbb{E}^2$

Параграф 14

Вопрос 1

Множество U является непустым гладким выпуклым компактом в E^n , $c(\psi)$ - опорная функция множества U в направлении вектора $\psi \in E^2$, $\lambda \in E^1$. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☐ Выпуклый компакт U не является строго выпуклым
- ☐ $c(\lambda\psi) = \lambda c(\psi)$
- ☐ $c'(\lambda\psi) = \lambda c'(\psi)$
- ☐ $c'(\lambda\psi) = \lambda c'(\psi) \quad \forall \lambda > 0$
- ☒ $c'(\lambda\psi) = c'(\psi) \quad \forall \lambda > 0$
- ☐ $c'(\lambda\psi) = c'(\psi)$
- ☐ $c''(\lambda\psi) = \lambda c''(\psi) \quad \forall \lambda > 0$
- ☐ $c''(\lambda\psi) = c''(\psi) \quad \forall \lambda > 0$
- ☒ $c''(\lambda\psi) = \frac{1}{\lambda} c''(\psi) \quad \forall \lambda > 0$
- ☐ $c''(\lambda\psi) = \frac{1}{\lambda^2} c''(\psi) \quad \forall \lambda > 0$
- ☐ Ноль принадлежит границе множества U
- ☐ Ноль не принадлежит множеству U
- ☒ Ноль является внутренней точкой множества U

Вопрос 2

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- ☒ Множество $U = \left\{ u \in E^2 : \left(\frac{u_1}{2} \right)^2 + \left(\frac{u_2}{3} \right)^2 \leq 1 \right\}$ является строго выпуклым
- ☒ Множество $U = \left\{ u \in E^2 : \left(\frac{u_1}{2} \right)^2 + \left(\frac{u_2}{3} \right)^2 \leq 1 \right\}$ является гладким выпуклым компактом
- ☐ Множество $U = \{ u \in E^2 : |u_1| \leq 1, |u_2| \leq 2 \}$ является гладким выпуклым компактом
- ☐ Множество $U = \{ u \in E^2 : |u_1| \leq 1, |u_2| \leq 2 \}$ является строго выпуклым
- ☒ Множество $U = F \cap G$, где $F = \left\{ x \in E^2 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} \leq 1 \right\}$, $G = \left\{ x \in E^2 : \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_2^2}{4} \leq 1 \right\}$ является строго выпуклым
- ☐ Множество $U = F \cap G$, где $F = \left\{ x \in E^2 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} \leq 1 \right\}$, $G = \left\{ x \in E^2 : \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_2^2}{4} \leq 1 \right\}$ является гладким выпуклым компактом
- ☐ Множество $U = \{ u \in E^2 : u_1 = 0, |u_2| \leq 1 \}$ является строго выпуклым
- ☐ Множество $U = \{ u \in E^2 : u_1 = 0, |u_2| \leq 1 \}$ является гладким выпуклым компактом
- ☒ Множество $U = S_1(0) \subset E^2$ является строго выпуклым
- ☒ Множество $U = S_1(0) \subset E^2$ является гладким выпуклым компактом
- ☐ Множество $U = S = \{ u \in E^2 : \|u\| = 1 \}$ является строго выпуклым
- ☐ Множество $U = S = \{ u \in E^2 : \|u\| = 1 \}$ является гладким выпуклым компактом
- ☒ Множество $U = S_1(a) \subset E^2$, $a = (1, 0)$ является строго выпуклым
- ☐ Множество $U = S_1(a) \subset E^2$, $a = (1, 0)$ является гладким выпуклым компактом

Вопрос 3

$$25 \cdot \left(c(\psi) + \frac{\partial c}{\partial \psi_1}(\psi) + \frac{\partial c}{\partial \psi_2}(\psi) \right) \bigg|_{\psi = \bar{\psi}},$$

Вычислить значение выражения
 множества $U = S_1(0) \subset E^2$ в точке $\psi \in E^2$, $\bar{\psi} = (-3, 4)$ где $c(\psi)$ - опорная функция

- 130

Вопрос 4

$$25 \cdot \left(c(\psi) + \|c'(\psi)\| + \frac{\partial c}{\partial \psi_1}(\psi) \right) \Big|_{\psi=\bar{\psi}},$$

Вычислить значение выражения
 множества $U = S_1(0) \subset \mathbb{E}^2$ в точке $\psi \in \mathbb{E}^2$, $c'(\psi)$ - градиент опорной функции в точке $\psi \in \mathbb{E}^2$, $\psi \neq 0$
 , $\bar{\psi} = (-3, 4)$

- 135

Вопрос 5

Вычислить значение выражения $25 \cdot (c(\psi) + \|c'(\psi)\| + \|c''(\psi) \cdot c'(\psi)\|) \Big|_{\psi=\bar{\psi}}$ где $c(\psi)$ - опорная функция множества $U = S_1(0) \subset \mathbb{E}^2$ в точке $\psi \in \mathbb{E}^2$, $c'(\psi)$ - градиент опорной функции в точке $\psi \in \mathbb{E}^2$, $\psi \neq 0$, $c''(\psi)$ - гессиан опорной функции в точке $\psi \in \mathbb{E}^2$, $\psi \neq 0$, $\bar{\psi} = (-3, 4)$

- 150

Вопрос 6

$$125 \cdot \left(c(\psi) + \frac{\partial c}{\partial \psi_2}(\psi) + \frac{\partial^2 c}{\partial \psi_1^2}(\psi) + \frac{\partial^2 c}{\partial \psi_1 \partial \psi_2}(\psi) \right) \Big|_{\psi = \bar{\psi}},$$

Вычислить значение выражения
 функция множества $U = S_1(0) \subset E^2$ в точке $\psi \in E^2$, $\bar{\psi} = (-3, 4)$ где $c(\psi)$ - опорная

- 753

Вопрос 7

$$49 \cdot \left(c(\psi) + \frac{\partial c}{\partial \psi_1}(\psi) + \frac{\partial c}{\partial \psi_2}(\psi) \right) \bigg|_{\psi=\bar{\psi}},$$

Вычислить значение выражения где $c(\psi)$ - опорная функция

$$U = \left\{ u \in E^2 : u_1^2 + \frac{u_2^2}{3} \leq 1 \right\}$$

множества

в точке $\psi \in E^2, \bar{\psi} = (1, 4)$

- 434

Вопрос 8

Вычислить значение выражения $49 \cdot \left(c(\psi) + \|c'(\psi)\|^2 \right) \Big|_{\psi=\bar{\psi}}$, где $c(\psi)$ - опорная функция

множества $U = \left\{ u \in \mathbb{E}^2 : u_1^2 + \frac{u_2^2}{3} \leq 1 \right\}$ в точке $\psi \in \mathbb{E}^2$, $c'(\psi)$ - градиент опорной функции в точке $\psi \in \mathbb{E}^2$, $\psi \neq 0$, $\bar{\psi} = (1, 4)$

- 488

Вопрос 9

$$343 \cdot \left(\frac{\partial^2 c}{\partial \psi_1^2}(\psi) - \frac{\partial^2 c}{\partial \psi_1 \partial \psi_2}(\psi) + \frac{\partial^2 c}{\partial \psi_2^2}(\psi) \right) \bigg|_{\psi=\bar{\psi}},$$

Вычислить значение выражения

функция множества $U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : u_1^2 + \frac{u_2^2}{3} \leq 1 \right\}$ в точке $\psi \in \mathbb{R}^2, \bar{\psi} = (1, 4)$ где $c(\psi)$ - опорная

- 63

Вопрос 10

$$343 \cdot \left(\|c'(\psi)\|^2 - \frac{\partial^2 c}{\partial \psi_1^2}(\psi) \right) \Big|_{\psi=\bar{\psi}},$$

Вычислить значение выражения где $c(\psi)$ - опорная функция

$$U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : u_1^2 + \frac{u_2^2}{3} \leq 1 \right\}$$

множества

, $\psi \neq 0$, $\bar{\psi} = (1, 4)$

в точке $\psi \in \mathbb{R}^2$, $c'(\psi)$ - градиент опорной функции в точке $\psi \in \mathbb{R}^2$

- 967

Вопрос 11

Вычислить значение выражения $3 \cdot \|\xi(\bar{p}, \bar{T})\|^2$, где $\xi(p, T) = -\int_0^T e^{-tA} c'(pe^{-tA}) dt$, $c'(\psi)$ - градиент опорной функции к множеству $U = S_1(0) \subset \mathbb{R}^2$ в точке $\psi \in \mathbb{R}^2, \psi \neq 0$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\bar{p} = (0, 1)$, $\bar{T} = 4$

- 240

Вопрос 12

Вычислить значение выражения $3 \cdot \|\xi(\bar{p}, \bar{T})\|^2$, где $\xi(p, T) = -\int_0^T e^{-tA} c'(pe^{-tA}) dt$, $c'(\psi)$ - градиент опорной функции к множеству $U = S_1(0) \subset \mathbb{R}^2$ в точке $\psi \in \mathbb{R}^2, \psi \neq 0$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $\bar{p} = (-1, 2)$, $\bar{T} = 5$

Параграф 15

Вопрос 1

Пусть $\bar{x}(\cdot)$, $\bar{u}(\cdot)$, $\bar{J}$ - оптимальная траектория, оптимальное управление и оптимальное значение функционала (соответственно) следующей задачи оптимального

$$\begin{cases} \dot{x} = u, & x, u \in E^2, \\ x_1(0) = 0, & x_2(0) = 0, \\ u \in U = \left\{ u \in E^2 : \frac{u_1^2}{4} + \frac{u_2^2}{9} \leq 1 \right\}, \\ J = -x_1(5) - x_2(5) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}. \end{cases}$$

управления

верные:

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите

☒ $\bar{J} < 0$

☐ $\bar{J} = 0$

☐ $\bar{J} > 0$

☐ $\bar{x}_1(5) > \bar{x}_2(5)$

☐ $\bar{x}_1(5) = \bar{x}_2(5)$

☒ $\bar{x}_1(5) < \bar{x}_2(5)$

☒ $\bar{x}_1(5) > 0$

☐ $\bar{x}_1(5) < 0$

☐ $\bar{x}_2(5) < 0$

☐ $\int_0^5 [\bar{u}_1(t) + \bar{u}_2(t)] dt > 0$

(этот пункт правильный, но система игнорит)

☒ $\int_0^5 [\bar{u}_1(t) + \bar{u}_2(t)] dt < 0$

(см. выше, возможна ошибка)

Вопрос 2

$$\begin{cases} \dot{x} = u, & x, u \in E^2, \\ x_1(0) = 0, & x_2(0) = 0, \\ u \in U = \left\{ u \in E^2 : \frac{u_1^2}{4} + \frac{u_2^2}{9} \leq 1 \right\}, \\ J = -x_1(5) - x_2(5) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

Решив линейную задачу оптимального управления
 выражения $3\sqrt{13} \cdot (\bar{x}_1(5) + \bar{x}_2(5) - \bar{J})$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 390

Вопрос 3

$$\begin{cases} \dot{x} = u, & x, u \in E^2, \\ x_1(0) = 0, & x_2(0) = 0, \\ u \in U = \left\{ u \in E^2 : \frac{u_1^2}{4} + \frac{u_2^2}{9} \leq 1 \right\}, \\ J = -x_1(5) - x_2(5) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

Решив линейную задачу оптимального управления

вычисления выражения $\sqrt{13} \cdot \left(\int_0^5 \bar{u}_1(t) dt + \int_0^5 \bar{u}_2(t) dt + \bar{x}_1(5) + \bar{x}_2(5) - \bar{J} \right)$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 195 (система игнорит, но вроде правильный)

Вопрос 4

$$\begin{cases} \dot{x} = u, & x, u \in E^2, \\ x_1(0) = 0, & x_2(0) = 0, \\ u(\cdot) \in U = \left\{ u \in E^2 : \frac{u_1^2}{4} + \frac{u_2^2}{9} \leq 1 \right\}, \\ J = -x_1(5) - x_2(5) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

Решив линейную задачу оптимального управления вычислить значение выражения $13 \cdot \bar{x}_1^2(5) + \sqrt{13} \cdot \bar{J}$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 335

Вопрос 5

Пусть $\bar{x}(\cdot)$, $\bar{u}(\cdot)$, $\bar{J}$ - оптимальная траектория, оптимальное управление и оптимальное значение функционала (соответственно) следующей задачи оптимального

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u(\cdot) \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_1^2(2) + x_2^2(2) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} . \end{array} \right.$$

управления
верные:

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите

- ☒ Оптимальное управление неединственно
- ☐ Оптимальное управление единственно
- ☒ $\bar{J} = 0$
- ☐ $\bar{J} = 2$
- ☐ $\bar{J} = 4$
- ☒ Управление $u_2(t) \equiv 0, \quad 0 \leq t \leq 2$, является оптимальным
- ☐ Управление $u_2(t) = \begin{cases} -1, & 0 \leq t \leq 1, \\ 1, & 1 < t \leq 2 \end{cases}$ является оптимальным
- ☐ Управление $u_2(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1, \\ -1, & 1 < t \leq 2 \end{cases}$ является оптимальным
- ☒ Управление $u_2(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 0.5, \\ -1, & 0.5 < t \leq 1.5, \\ 1, & 1.5 < t \leq 2 \end{cases}$ является оптимальным
- ☒ Управление $u_2(t) = \begin{cases} -1, & 0 \leq t \leq 0.5, \\ 1, & 0.5 < t \leq 1.5, \\ -1, & 1.5 < t \leq 2 \end{cases}$ является оптимальным
- ☐ Управление $u_2(t) \equiv -1, \quad 0 \leq t \leq 2$ является оптимальным
- ☒ $\int_0^2 \bar{u}_2(t) dt = 0$

Вопрос 6

Решив линейную задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_1(2) + x_2(2) \rightarrow \max_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$
 вычислить значение выражения

$$9 \cdot \left(\bar{J} + \|\bar{x}(2)\|^2 + \int_0^2 \bar{u}_2(t) dt \right),$$
 где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 126

Вопрос 7

Решив линейную задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_1(2) + x_2(2) \rightarrow \max_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$
 вычислить значение выражения

$$100 \cdot \left(\bar{J} + \bar{x}_1(1) + \bar{x}_2(1) + \int_0^1 \bar{u}_2(t) dt \right),$$
 где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала.

- 650

Вопрос 8

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_1(2) + x_2(2) \rightarrow \max_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

Решив линейную задачу оптимального управления вычислить значение выражения $100 \cdot (\bar{J} + \bar{x}_1(1) + \bar{x}_2(1))$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 550

Вопрос 9

Решив линейную задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_1(2) + x_2(2) \rightarrow \max_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$
 вычислить значение выражения

$$100 \cdot \left(\bar{J} + \int_0^2 \bar{x}_2(t) dt + \int_0^2 \bar{u}_2(t) dt \right),$$
 где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 800

Вопрос 10

Решив линейную задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_2(2) - x_1(2) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$128 \cdot \left(\bar{J} + \bar{x}_1(2) + \bar{x}_2(2) + \int_0^1 \bar{u}_2(t) dt \right),$$

где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 128

Вопрос 11

Решив линейную задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_2(2) - x_1(2) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения

$$128 \cdot \left(\bar{x}_1(2) + \bar{x}_2(1) - \bar{J} - \int_1^2 \bar{u}_2(t) dt \right),$$

где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 512

Вопрос 12

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, \quad |u_2| \leq 1\}, \\ J = x_2(2) - x_1(2) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U} \end{array} \right.$$

Решив линейную задачу оптимального управления вычислить

значение выражения $128 \cdot \left(\bar{x}_1 \left(\frac{1}{2} \right) + \bar{x}_2 \left(\frac{3}{4} \right) \right)$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория

- 176 (вроде ошибка в этом номере, правильный ответ – 112)

Вопрос 13

Пусть $\bar{x}(\cdot)$, $\bar{u}(\cdot)$, $\bar{J}$ - оптимальная траектория, оптимальное управление и оптимальное значение функционала (соответственно) следующей задачи оптимального

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = u, \quad x, u \in E^2, \\ x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = 2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1^2 + u_2^2 \leq 1\}, \\ J = x_1^2(2) + x_2^2(2) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}. \end{array} \right.$$

управления
верные:

Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите

- ☐ $\bar{J} < 0$
- ☐ $\bar{J} = 0$
- ☒ $\bar{J} > 0$
- ☐ $\bar{x}_1(2) > \bar{x}_2(2)$
- ☒ $\bar{x}_1(2) = \bar{x}_2(2)$
- ☐ $\bar{x}_1(2) < \bar{x}_2(2)$
- ☐ $\bar{x}_1(2) < 0$
- ☒ $\bar{x}_1(2) > 0$
- ☐ $\bar{x}_1(2) = 0$
- ☐ $\bar{x}_2(2) < 0$
- ☒ $\bar{x}_2(2) > 0$
- ☐ $\bar{x}_2(2) = 0$

Вопрос 14

$$\begin{cases} \dot{x} = u, & x, u \in E^2, \\ x_1(0) = 2, & x_2(0) = 2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1^2 + u_2^2 \leq 1\}, \\ J = x_1^2(2) + x_2^2(2) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

Решив линейную задачу оптимального управления

вычислить значение

выражения $\left(\bar{x}_1(2) + \bar{x}_2(2) + \bar{J} + \int_0^2 \bar{u}_2(t) dt + \int_0^2 \bar{u}_1(t) dt - 16 \right)^2$, где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 288

Вопрос 15

$$\begin{cases} \dot{x} = u, & x, u \in E^2, \\ x_1(0) = 2, & x_2(0) = 2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1^2 + u_2^2 \leq 1\}, \\ J = x_1^2(2) + x_2^2(2) \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}, \end{cases}$$

Решив линейную задачу оптимального управления

вычислить значение

$$\left(\bar{x}_1(\sqrt{2}) + \bar{x}_2(\sqrt{2}) + \bar{J} - 6 \int_0^2 \bar{u}_2(t) dt - 2 \int_0^2 \bar{u}_1(t) dt \right)^2,$$

выражения где $\bar{x}(\cdot)$ - оптимальная траектория, $\bar{u}(\cdot)$ - оптимальное управление, $\bar{J}$ - оптимальное значение функционала

- 196